Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2025

SEGUNDO PARCIAL - 06/03/2026

Apellido y Nombre:…………………………………… ……………………….

Número de documento: ……………………………….CURSO:…………..

TEMA 4

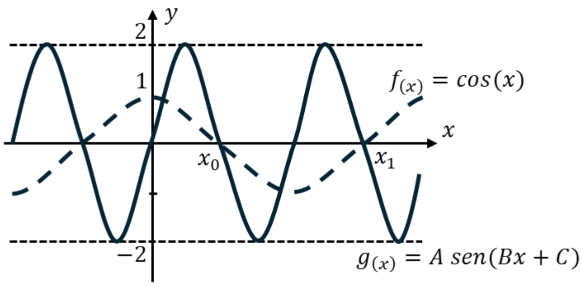
1	2	3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 2 horas
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto
- El examen no puede estar resuelto en lápiz
- Todas las respuestas deben estar justificada

EJERCICIO 1:

En la gráfica están representadas las funciones $f_{(x)} = cos(x)$ y $g_{(x)} = Asen(Bx) + C$

Teniendo en cuenta que x_0 y x_1 son los dos primeros ceros positivos de f, determinar una expresión analítica de g.



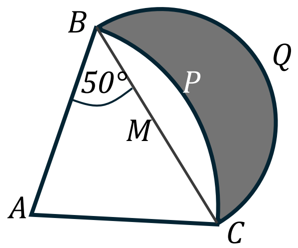
EJERCICIO 2:

(a) Sean las funciones que modelan el crecimiento de dos colonias de bacterias (en miles):

$A_{(t)} = 3e^{0,4t}$ $\qquad B_{(t)} = 8e^{0,2t}$, donde t se mide en horas. Determinar el instante en que ambas colonias tienen la misma cantidad de bacterias.

(b) Determinar todos los valores reales de k para que los vectores $\vec{v} = \left(\frac{3}{2}; k + 2\right)$ y $\vec{w} = (k; k + 1)$ sean ortogonales.

EJERCICIO 3: En el triángulo isósceles ΔABC, los ángulos $\measuredangle B$ y $\measuredangle C$ miden 50° y el lado BC mide 6 cm. Con centro en A se traza el arco de circunferencia $B\hat{P}C$ y con centro en M el arco de circunferencia $B\hat{Q}C$. Calcular el área de la región sombreada.



EJERCICIO 4: Dadas las funciones $f: [-1; 1] \to [0; \pi]$ / $f_{(x)} = ArcCos(x)$ y $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ / $g_{(x)} = 2x - \frac{\pi}{3}$, resolver la ecuación $(f^{-1} \circ g)_{(x)} = -1$

EJERCICIO 5: Sean $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ / $f_{(x)} = \frac{3x-5}{2x+1}$ y $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ / $g_{(x)} = -13x - 5$, se pide:

(a) Determinar, analíticamente, las intersecciones de las gráficas de f y g.

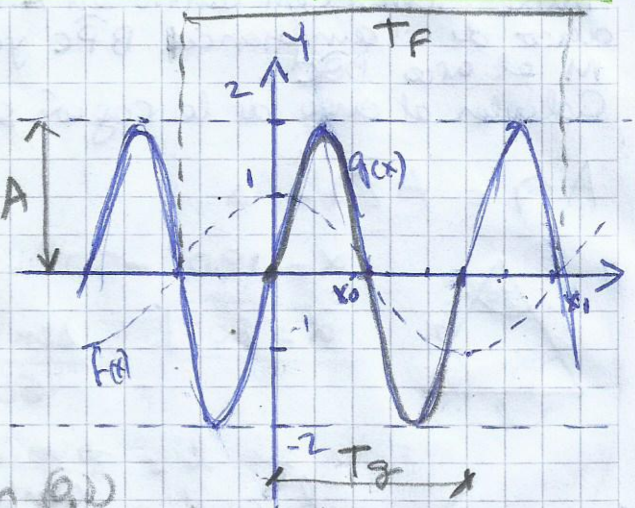
(b) Graficar ambas funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos indicando, de existir, la intersección de cada gráfica con los ejes y asíntotas.

(resuelto por Sylvina)

Seminario Universitario	2° parcial	tema 4	HOJA Nº 1/2
			FECHA 6-3-26

EJ 1 En la gráfica están representadas las funciones $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = A\ \text{sen}(Bx + C)$

teniendo en cuenta que x_0 y x_1 son los dos primeros ceros positivos de f determinar una expresión analítica de g.



$A = 2$ $C = 0$ es una opción ya que la onda puede comenzar en (0,0) → (No hay desplazamiento)

$f(x) = \cos(x) \rightarrow T = 2\pi$

$2T_g = T_f$

$g(x) = 2\ \text{sen}(Bx)$ $T = \pi = \frac{2\pi}{B} \Rightarrow B = 2$

$$\boxed{g(x) = 2\ \text{sen}(2x)}$$

EJ 2

a) Sean las funciones que modelan el crecimiento de dos colonias de bacterias (en miles):

$A_{(t)} = 3e^{0,4t}$ $B_{(t)} = 8e^{0,2t}$

donde t se mide en horas. Determinar el instante en que ambas colonias tienen la misma cantidad de bacterias

$A_{(t)} = 3e^{0,4t} = 3e^{0,2t}e^{0,2t}$ $e^{0,2t} \neq 0$

$A_{(t)} = B_{(t)} \longrightarrow 3e^{0,2t}\cancel{e^{0,2t}} = 8\cancel{e^{0,2t}}$

$3e^{0,2t} = 8 \rightarrow e^{0,2t} = 8/3 \rightarrow \ln e^{(0,2t)} = \ln(8/3)$

$0,2t = \ln(8/3)$

$$\boxed{t = 4,90 \text{ horas}}$$

4 horas 54 min 15 seg

b) Determinar todos los valores de k para que los vectores: $\vec{v} = \left(\frac{3}{2}, k+2\right)$ y $\vec{w} = (k, k+1)$ sean ortogonales

si $\vec{v} \perp \vec{w} \Rightarrow \vec{v}.\vec{w} = 0 \rightarrow \left(\frac{3}{2}, k+2\right).(k, k+1) = 0$

$\frac{3}{2}k + (k+2)(k+1) = 0$

$\frac{3}{2}k + k^2 + 3k + 2 = 0$

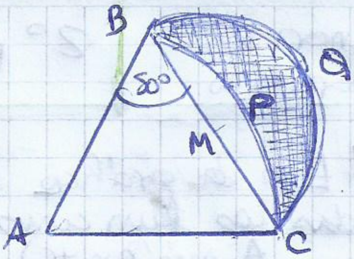
$k^2 + \frac{9}{2}k + 2 = 0 \longrightarrow \boxed{k = -1/2}$

$\boxed{k = -4}$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

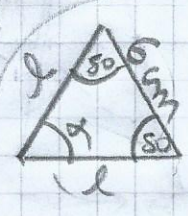
Ej 3) En el triángulo isósceles ΔABC los ángulos $\measuredangle B$ y $\measuredangle C$ miden $50°$ y el lado BC mide 6cm. Con centro en A se traza el arco de circunferencia $B\widehat{P}C$ y con centro en M el arco $B\widehat{Q}C$.
Calcular el área de la región sombreada



$A_{\text{segmento}} = A_{\text{sector}} - A_{\Delta}$

$A_{\text{sombreada}} = A_{\text{semicírculo}} - A_{\text{segmento}}$

$\underbrace{\frac{\pi \cdot r^2}{2}} = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \boxed{\frac{9}{2}\pi}$



$\alpha = 180° - 50° - 50°$

$\boxed{\alpha = 80°}$ $\frac{sen(80°)}{6cm} = \frac{sen(50°)}{l}$

$l = \frac{sen(50°)}{sen(80°)} \cdot 6cm \rightarrow \boxed{l = 4,667cm}$

$A_{\text{sector}} = \frac{\pi \cdot r^2}{360°} \cdot 80° = \frac{\pi \cdot (4,667cm)^2}{360°} \cdot 80° = \boxed{15,207\ cm^2 = A_{\text{sector}}}$ ($r^2 = l^2$)

$A_\Delta = \frac{l \cdot l\ sen(80°)}{2} = \boxed{10,726\ cm^2 = A_\Delta}$

$A_{\text{segmento}} = 15,207cm^2 - 10,726\ cm^2 = \boxed{4,481\ cm^2 = A_{\text{segmento}}}$

$A_{\text{sombreada}} = A_{\text{semicírculo}} - A_{\text{segmento}} = \left(\frac{9}{2}\pi - 4,481\right)cm^2 \rightarrow \boxed{A_{\text{sombreada}} = 9,656cm^2}$

Ej 4) Dadas las funciones $f: [-1;1] \rightarrow [0,\pi] \,/\, f(x) = ArcCos(x)$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \,/\, g(x) = 2x - \frac{\pi}{3}$ resolver la ecuación $(f^{-1} \circ g)(x) = -1$

$f^{-1}(x) = \cos(x) \rightarrow (f^{-1} \circ g)(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$ $\quad \cos(x) = \cos(-x)$

calc. $\cos^{-1}(-1)$

$2x - \frac{\pi}{3} = -\pi + 2k\pi$ $\xleftarrow{\text{agrego}}$ $2x - \frac{\pi}{3} = \pi + 2k\pi$

$2x = -\frac{2}{3}\pi + 2k\pi$ $\qquad 2x = \frac{4}{3}\pi + 2k\pi$

$\boxed{x = -\frac{1}{3}\pi + k\pi}$ $\quad x \in [0,\pi] \quad$ $\boxed{x = \frac{2}{3}\pi + k\pi}$

$k = 0 \rightarrow \cancel{x = -\frac{1}{3}\pi}$ $\qquad k = 0 \rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}\pi}$

$k = 1 \rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}\pi}$ $\qquad k = 1 \rightarrow \cancel{x > \pi}$

$\boxed{x = 2/3\,\pi} \rightarrow \boxed{S = \left\{\frac{2}{3}\pi\right\}}$

$\boxed{Im(f) = [0,\pi] = dom(f^{-1})}$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

Seminario Universitario	2° parcial tema 4	HOJA N° 2/2 FECHA 6-3-26

EJ 5 Sean $f : D_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ / $f(x) = \frac{3x-5}{2x+1}$ y

$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ / $g(x) = -13x - 5$

Se pide:

a) Determinar, analíticamente, las intersecciones de los gráficos f y g

Busco x / $f(x) = g(x)$

$$\frac{3x-5}{2x+1} = -13x - 5$$

$2x+1 \neq 0$
$\boxed{x \neq -1/2}$

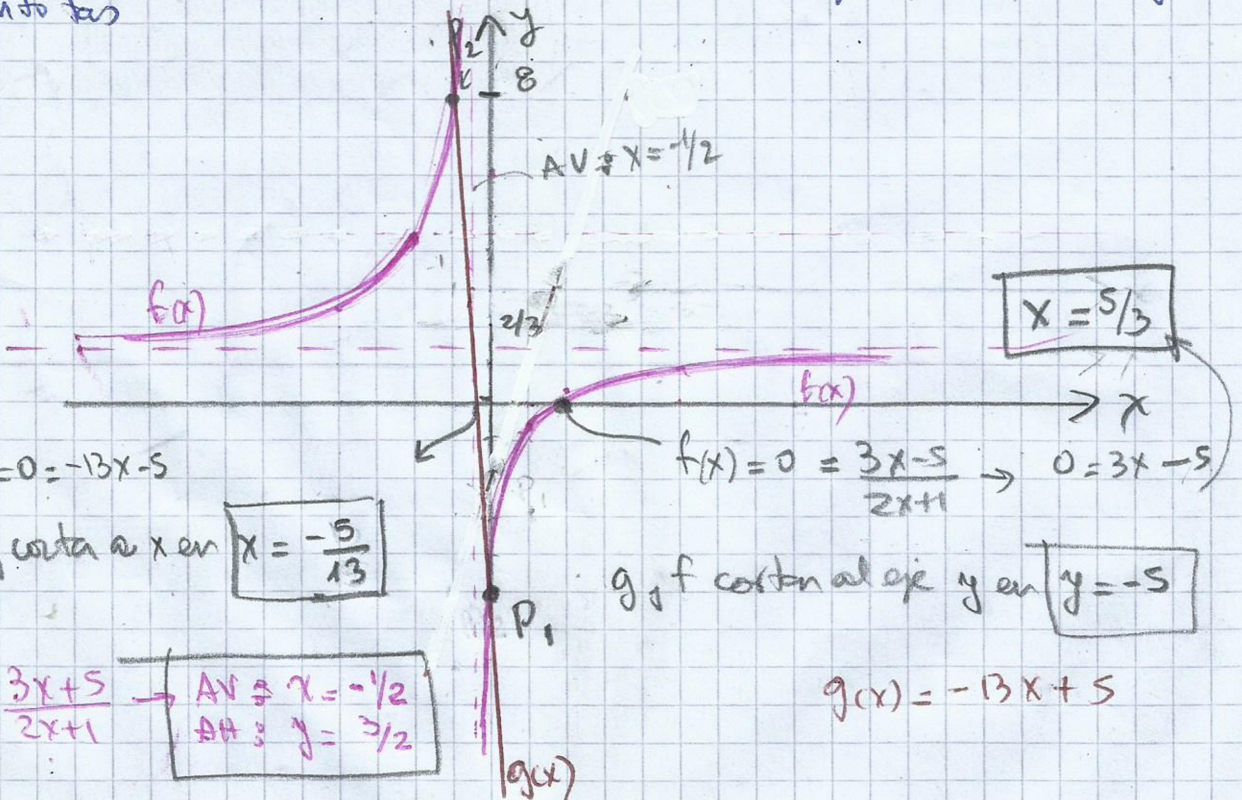
$$3x - 5 = (-13x-5)(2x+1)$$

$$3x - \cancel{5} = -26x^2 - 13x - 10x - \cancel{5}$$

$$26x^2 + 26x = 0 = 26x(x+1) \rightarrow x = 0 \lor x = -1$$

$x = 0 \rightarrow y = -5$ $\boxed{P_1 = (0,-5)}$ $x=-1 \rightarrow y = 8$ $\boxed{P_2 = (-1,8)}$

b) Graficar ambas funciones en un mismo sist de ejes cartesianos indicando, de existir, la intersección de cada gráfico con los ejes y asíntotas



$\boxed{x = 5/3}$

$f(x) = 0 = \frac{3x-5}{2x+1} \rightarrow 0 = 3x - 5$

$g(x) = 0 = -13x - 5$

g corta a x en $\boxed{x = \frac{-5}{13}}$

g y f cortan al eje y en $\boxed{y = -5}$

$f(x) = \frac{3x+5}{2x+1} \rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} AV: x = -1/2 \\ AH: y = 3/2 \end{array}}$

$g(x) = -13x + 5$

NOTA

(resuelto por Sylvina)